



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

**Matematika tantárgyverseny**  
**Megyei szakasz, 2014. március 8.**

**IX. OSZTÁLY**

**1. feladat.** Határozd meg az  $x$  irracionális számot, ha az  $x^2 + x$  és az  $x^3 + 2x^2$  egész számok.

*Gazeta Matematică-átdolgozás*

**2. feladat.** Adott az  $ABC$  háromszög és  $D \in (BC)$ ,  $E \in (AC)$ ,  $F \in (AB)$  úgy, hogy

$$\frac{DB}{DC} = \frac{EC}{EA} = \frac{FA}{FB}.$$

Az  $(AD)$ ,  $(BE)$  és  $(CF)$  félegyenesek az  $ABC$  háromszög köré írt kört az  $M, N$  illetve  $P$  pontokban metszik. Igazold, hogy az  $ABC$  és  $MNP$  háromszögek súlypontjai akkor és csak akkor esnek egybe, ha a  $BMC$ ,  $CNA$  és  $APB$  háromszögek területei egyenlőek!

**3. feladat.** Az  $ABC$  háromszög  $AD$ ,  $BE$  és  $CF$  oldalfelezői a  $G$  pontban metszik egymást. Legyen  $P$  egy olyan pont a háromszög belsejében, amely nincs rajta egyik oldalfelezőn sem. A  $P$  ponton át az  $AD$  egyenessel húzott párhuzamos egyenes a  $BC$  oldalt az  $A_1$  pontban metszi. Hasonlóan értelmezzük a  $B_1$  és  $C_1$  pontokat. Igazold, hogy:

$$\overrightarrow{A_1D} + \overrightarrow{B_1E} + \overrightarrow{C_1F} = \frac{3}{2}\overrightarrow{PG}.$$

**4. feladat.** Határozd meg azokat az  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  függvényeket, amelyekre teljesülnek az alábbi tulajdonságok:

a) az  $f(m+n)-1$  szám osztja az  $f(m)+f(n)$  számot bármely  $m, n \in \mathbb{N}^*$  esetén;

b)  $n^2 - f(n)$  négyzetszám bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén!

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szerezhető.*